Єдиний державний іспит з МАТЕМАТИКИ

Демонстраційний варіант контрольних вимірювальних матеріалів для проведення у 2024 році єдиного державного іспиту з МАТЕМАТИКИ

Пояснення до демонстраційного варіанту контрольних вимірювальних матеріалів для ЄДІ з математики 2024 року

Демонстраційний варіант призначений для того, щоб дати уявлення про структуру майбутніх контрольних вимірювальних матеріалів, кількості завдань, їх формі і рівні складності.

Завдання демонстраційного варіанту не відображають всіх питань змісту, які можуть бути включені в контрольні вимірювальні матеріали в 2024 році. Структура роботи приведена в специфікації, а повний перелік питань – в кодифікаторах елементів змісту та вимог до рівня підготовки випускників закладів освіти для проведення єдиного державного іспиту 2024 р. з математики.

Екзаменаційна робота складається з двох частин, які відрізняються за змістом, складністю і кількістю завдань. Визначальною ознакою кожної частини роботи є форма завдань:

- частина 1 містить 12 завдань (завдання 1-12) з короткою відповіддю;
- частина 2 містить 4 завдання (завдання 13-16) з короткою відповіддю і п'ять завдань (завдання 17-21) з розгорнутою відповіддю.

За рівнем складності завдання розподіляються наступним чином: завдання 1-12 мають базовий рівень, завдання 13-20 – підвищений рівень, завдання 21 відносяться до високого рівня складності.

Завдання з короткою відповіддю (1-16) вважається виконаним, якщо в бланку відповідей № 1 зафіксовано вірну відповідь у вигляді цілого числа або кінцевого десяткового дробу.

Правильне розв'язання кожного з завдань 1-16 оцінюється одним балом.

Правильне розв'язання кожного з завдань 17-18 оцінюється – 2 балами; 19 і 20 – 3 балами і 21 – 4 балами. Максимальний первинний бал за виконання всієї роботи – 30 балів.

Наведені критерії оцінювання дозволяють скласти уявлення про вимоги до повноти і правильності розв’язків. До кожного завдання з розгорнутою відповіддю, включеному в демонстраційний варіант, пропонується один з можливих розв'язків.

Демонстраційний варіант контрольних вимірювальних матеріалів, система оцінювання, специфікація і кодифікатори допоможуть виробити стратегію підготовки до ЄДІ з математики

Інструкція по виконанню роботи

Екзаменаційна робота складається з двох частин, що включають в себе 21 завдання.

Частина 1 містить 12 завдань базового рівня складності з короткою відповіддю.

Частина 2 містить 4 завдання підвищеного рівня складності з короткою відповіддю і 5 завдань підвищеного і високого рівня складності з розгорнутою відповіддю.

На виконання екзаменаційної роботи з математики відводиться 3 години 55 хвилин (235 хвилин).

Відповіді до завдань 1-16 записуються у вигляді цілого числа або кінцевого десяткового дробу.

Числа запишіть в поля відповідей в тексті роботи, а потім перенесіть в бланк відповідей № 1.

Відповідь: *–0,8* .

При виконанні завдань 17-21 потрібно записати повне розв'язання і відповідь у бланку відповідей № 2.

Всі бланки ЄДІ заповнюються яскравими чорними чорнилами. Допускається використання гелевої, капілярної або пір'яної ручок.

При виконанні завдань можна користуватися чернеткою. Записи в чернетці не враховуються при оцінюванні роботи.

Бали, отримані Вами за виконані завдання, підсумовуються. Намагайтеся виконати якомога більше завдань і набрати найбільшу кількість балів.

Бажаємо успіху!

Відповіддю до завдань 1-16 є ціле число або скінченний десятковий дріб. Відповідь слід записати в БЛАНК ВІДПОВІДЕЙ № 1 праворуч від номера завдання, що виконується, починаючи з першої клітинки. Кожну цифру, знак мінус та кому пишіть в окремій клітинці відповідно за наведеними в бланку зразками. Одиниці вимірювань писати не потрібно.

Частина 1

1. Найпростіші задачі.

Зріст людини 6 футів 1 дюйм. Виразіть його зріст в сантиметрах, якщо 1 фут дорівнює 12 дюймам. Вважайте, що 1 дюйм дорівнює 2,54 см. Результат округліть до цілого числа сантиметрів.

Розв'язок.

Зріст людини становить $(6 \cdot 12 + 1) \cdot 2{,}54 = 185{,}42$ см. Округляючи, отримуємо 185 см.

Відповідь: 185.

Або

Шоколадка коштує 35 рублів. У неділю в супермаркеті діє спеціальна пропозиція: заплативши за дві шоколадки, покупець отримує три (одну в подарунок). Скільки шоколадок можна отримати на 200 рублів в неділю?

Розв'язок.

Розділимо 200 на 35: $$\frac{200}{35} = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7}$$

Значить, можна буде купити 5 шоколадок. Ще 2 будуть дані в подарунок. Всього можна буде отримати 7 шоколадок.

Відповідь: 7.

2. Задачі на відсотки.

Оля витратила в книжковому магазині 500 рублів. На покупку книги вона витратила 65% цієї суми, а на покупку календаря – 20% цієї суми. Скільки рублів коштували інші товари?

Розв'язок.

На покупку решти товарів було витрачено $100\% - 65\% - 20\% = 15\%$ усієї суми, що становить $500 \cdot 0{,}15 = 75$ руб.

Відповідь: 75 руб.

Або

Перше число становить 35% другого числа, а третє – 80% другого числа. Знайдіть перше число, якщо відомо, що воно менше третього на 18.

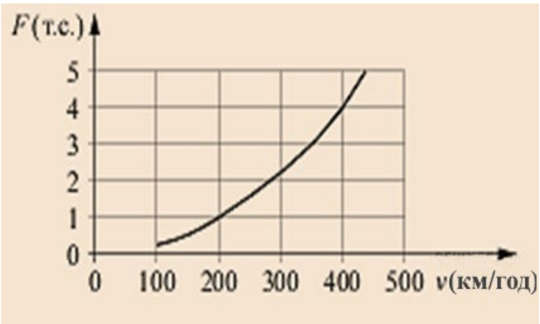
Розв'язок.

Різниця між третім і першим числами становить 80% - 35% = 45% другого числа. Отже, друге число дорівнює 18: 0,45 = 40. Тоді перше число дорівнює $40 \cdot 0{,}35 = 14$.

Відповідь: 14.

3. Читання графіків і діаграм.

Коли літак знаходиться в горизонтальному польоті, підіймальна сила, що діє на крила, залежить тільки від швидкості.



На рисунку зображена ця залежність для деякого літака. На осі абсцис відкладається швидкість (в кілометрах за годину), на осі ординат - сила (в тоннах сили). В деякий момент підіймальна сила дорівнювала одній тонні сили. Визначте за рисунком, на скільки кілометрів за годину треба збільшити швидкість, щоб підіймальна сила збільшилася до 4 тонн сили?

Розв'язок.

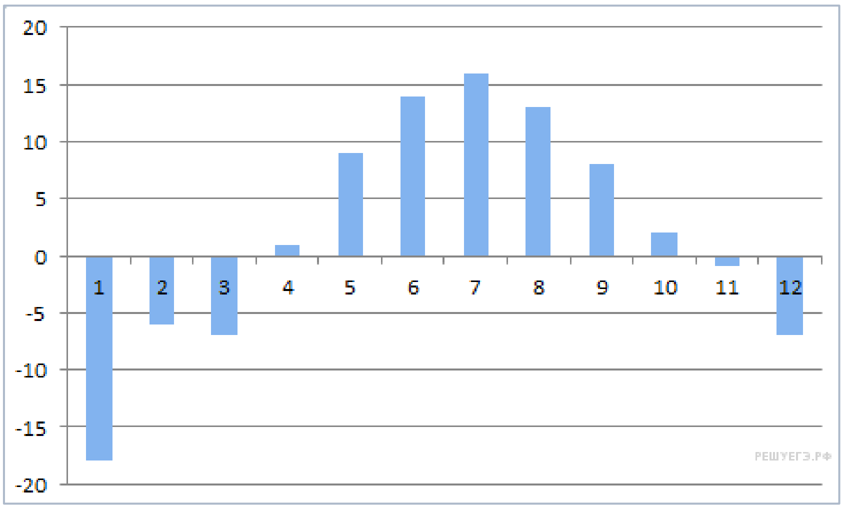
З графіка видно, що при підіймальній силі в одну силу тонни швидкість дорівнює 200 км/год, а при підіймальній силі в 4 тонни сили швидкість дорівнює 400 км/год.

Таким чином, швидкість потрібно збільшити на 400–200 =200 км/год.

Відповідь: 200.

Або

На діаграмі показана середня температура повітря (в градусах Цельсія) в Санкт-Петербурзі за кожен місяць 1988 року. По горизонталі вказуються місяці, по вертикалі - температура в градусах Цельсія. Визначте по діаграмі, скільки було місяців, коли середньомісячна температура була вище нуля.



Розв'язок.

З діаграми видно, що середньомісячна температура була вище нуля протягом 7 місяців з квітня по жовтень.

Відповідь**: 7.**

<u>4. Робота з формулами.</u>

Якщо p_1, p_2 і p_3 - прості числа, то сума всіх дільників числа $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$ дорівнює $(p_1 + 1)(p_2 + 1)(p_3 + 1)$. Знайдіть суму дільників числа 115.

Розв'язок.

Розкладемо число 115 на прості множники: $115 = 5 \cdot 23$. Отже, сума всіх дільників числа 115 дорівнює $(5 + 1)(23 + 1) = 6 \cdot 24 = 144$.

Відповідь: 144.

Або

Довжина бісектриси l_c, проведеної до сторони трикутника зі сторонами a, b і c обчислюється за формулою $l_c = \sqrt{ab\left(1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}\right)}$. Трикутник має сторони 6, 8 і 7. Знайдіть довжину бісектриси, проведеної до сторони довжиною 7.

Розв'язок.

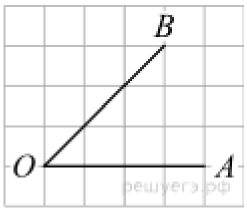
Знайдемо довжину бісектриси, проведеної до сторони довжиною 7:

$$l_c = \sqrt{6 \cdot 8\left(1 - \frac{7^2}{(6+8)^2}\right)} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 12\left(1 - \left(\frac{7}{14}\right)^2\right)} =$$

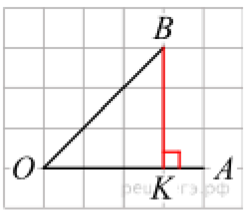
$$= 2\sqrt{12\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 2\sqrt{12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = 2\sqrt{\frac{4 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2}} = 2 \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} = 6.$$

Відповідь: 6.

<u>5. Квадратна решітка, координатна площина.</u>



На папері в клітинку з розміром клітини 1×1 зображений кут. Знайдіть тангенс цього кута.



Розв'язок.

Проведемо перпендикуляр BK з точки B до променя OA. Тангенс гострого кута в прямокутному трикутнику дорівнює відношенню протилежного катета до прилеглого. Беручи до уваги, що $BK = OK$, отримаємо:

$$\operatorname{tg} \angle AOB = \operatorname{tg} \angle KOB = \frac{BK}{OK} = 1.$$

Відповідь: 1.

Наведемо інше розв'язання.

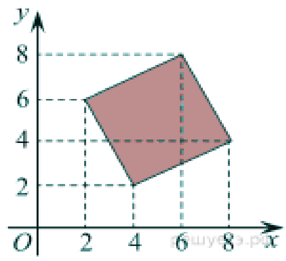
Проведемо перпендикуляр BK з точки B до променя OA. З рівності катетів побудованого прямокутного трикутника KOB робимо висновок, що обидва його гострих кути рівні 45°. Отже, шуканий тангенс дорівнює 1.

Наведемо ще одне розв'язання.

Промінь ОВ проходить рівно по діагоналям клітин квадратної решітки. Тому він становить з променем ОА кут 45°. Тангенс цього кута дорівнює 1.

Або

Знайдіть площу чотирикутника, вершини якого мають координати (4; 2), (8; 4), (6; 8), (2; 6).



Розв'язок.

Чотирикутник є квадратом. Площа квадрата дорівнює квадрату його сторони.

Сторона квадрата дорівнює $\sqrt{(8-4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{20}$

Тоді площа квадрата S = 20.

Відповідь: 20.

<u>6. Початки теорії ймовірностей.</u>

У випадковому експерименті кидають дві гральні кістки. Знайдіть ймовірність того, що в сумі випаде 8 очок. Результат округліть до сотих.

Розв'язок.

Кількість результатів, при яких в результаті кидання гральних кісток випаде 8 очок, дорівнює 5: 2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2. Кожен з кубиків може випасти шістьма варіантами, тому загальне число випадків дорівнює 6·6=36. Отже, ймовірність того, що в сумі випаде 8 очок, дорівнює

$$\frac{5}{36} = 0,138...$$

Відповідь: 0,14.

Або

Приміщення освітлюється ліхтарем з двома лампами. Імовірність перегорання лампи протягом року дорівнює 0,3. Знайдіть ймовірність того, що протягом року хоча б одна лампа не перегорить.

Розв'язок.

Знайдемо ймовірність того, що перегорять обидві лампи. Ці події незалежні, ймовірність їх відтворення дорівнює добутку ймовірностей цих подій: 0,3·0,3 = 0,09.

Подія, яка полягає в тому, що не перегорить хоча б одна лампа, протилежна. Отже, її ймовірність дорівнює 1 – 0,09 = 0,91.

Відповідь: 0,91.

<u>7. Найпростіші рівняння.</u>

Розв'яжіть рівняння $\boldsymbol{log_2}(7+6x)=\boldsymbol{log_2}(7-6x)+2$

Розв'язок.

Зауважимо, що $2 = \log_2 4$ і використовуємо формулу $\log_a b + \log_a c = \log_a bc.$

Маємо:

$$\log_2(7+6x)=\log_2(7-6x)+2 \Leftrightarrow \log_2(7+6x)=\log_2(7-6x)+\log_2 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2(7+6x)=\log_2(28-24x) \Leftrightarrow \begin{cases} 7+6x>0, \\ 7+6x=28-24x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>-\frac{7}{6}, \\ x=\frac{7}{10} \end{cases} \Leftrightarrow x=0,7.$$

Відповідь: 0,7.

Або

Розв'яжіть рівняння $9^{2+5x}=1,8\cdot 5^{2+5x}$

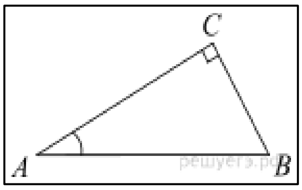
Розв'язок.

Перейдемо до однієї основи степеня:

$$9^{2+5x}=1,8\cdot 5^{2+5x} \Leftrightarrow \frac{9^{2+5x}}{5^{2+5x}}=1,8 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{5}\right)^{2+5x}=\left(\frac{9}{5}\right)^{1} \Leftrightarrow 2+5x=1 \Leftrightarrow x=-0,2.$$

Відповідь: −0.2.

<u>8. Планіметрія: завдання, пов'язані з кутами.</u>



У трикутнику *ABC* кут *C* дорівнює 90°, $\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}$

***BC* = 5. Знайдіть *AC*.**

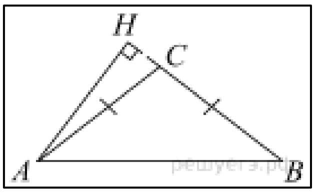
Розв'язок.

Маємо:

$$AC=\frac{BC}{\mathrm{tg} A}=\frac{BC\cos A}{\sin A}=\frac{BC\cos A}{\sqrt{1-\cos^2 A}}=\frac{5\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{1-\frac{5}{25}}}=5\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{5}{2\sqrt{5}}=2,5.$$

Відповідь: 2,5.

Або



У трикутнику *ABC* *AC* = *BC*, *AB* = *10*, висота *AH* дорівнює 3. Знайдіть синус кута *BAC*.

Розв'язок.

Трикутник *ABC* рівнобедрений, отже, кути *BAC* і *ABH* рівні як кути при його основі.

$$\sin\angle BAC=\sin\angle ABH=\frac{AH}{AB}=\frac{3}{10}=0,3.$$

Відповідь: 0,3.

<u>9. Аналіз графіків і діаграм.</u>

Установіть відповідність між функціями і характеристиками цих функцій на відрізку [2; 5].

ТОЧКИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦІЇ
А) $y = 5x - x^2$	**1) Функція спадає на відрізку [2; 5]**
Б) $y = 2x + 1$	**2) Функція має точку максимуму на відрізку [2; 5]**
В) $y = 16- 2x$	**3) Функція має точку мінімуму на відрізку [2; 5]**
Г) $y = x^2 - 8x + 3$	**4) Функція зростає на відрізку [2; 5]**

У таблиці під кожною буквою вкажіть відповідний номер.

A	B	C	D

Розв'язок.

Розглянемо кожну з характеристик.

1) Функція спадає на відрізку [2; 5]. З представлених функцій спадає на відрізку [2; 5] функція В.

2) Функція має точку максимуму на відрізку [2; 5]. З представлених функцій має точку максимуму на відрізку [2; 5] функція А.

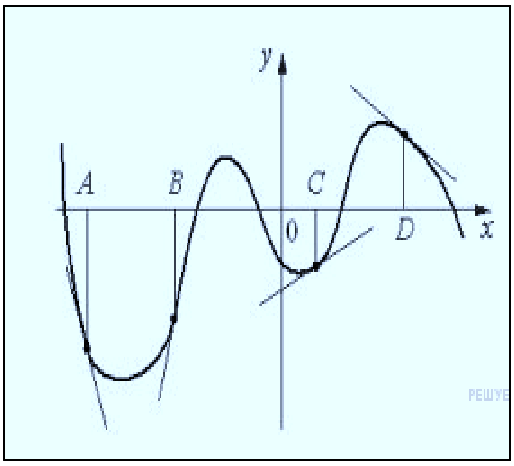
3) Функція має точку мінімуму на відрізку [2; 5]. З представлених функцій має точку мінімуму на відрізку [2; 5] функція Г.

4) Функція зростає на відрізку [2; 5]. З представлених функцій зростає на відрізку [2; 5] функція Б.

Відповідь: 2413.

Або

На рисунку зображено графік функції і дотичні, проведені до нього в точках з абсцисами *A, B, C* і *D*. У правій колонці вказані значення похідної функції в точках *A,B, C* і *D*. Користуючись графіком, поставте відповідність кожній точці значення похідної функції в ній.



ТОЧКИ	ЗНАЧЕННЯ ПОХІДНОЇ
A	**1) 0,5**
B	**2) − 0,7**
C	**3) 4**
D	**4) − 3**

Запишіть у відповідь цифри, розташувавши їх у порядку, відповідному буквам:

A	B	C	D

Розв'язок.

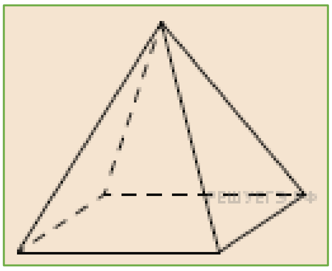
Нехай кут, який утворює дотична з додатним напрямком осі абсцис, дорівнює α, а кутовий коефіцієнт дотичної - *k*. тоді:

α	k
$\alpha = 0^\circ$	$k = 0$
$0^\circ < \alpha < 45^\circ$	$0 < k < 1$
$\alpha = 45^\circ$	$k = 1$
$45^\circ < \alpha < 90^\circ$	$k > 1$

$90^\circ < \alpha < 135^\circ$	$k < -1$
$\alpha = 135^\circ$	$k = -1$
$135^\circ < \alpha < 180^\circ$	$-1 < k < 0$

Значення похідної в точці дорівнює кутовому коефіцієнту дотичної, проведеної в цій точці. Таким чином, отримуємо відповідність А – 4, В – 3, С – 1 і D - 2.
Відповідь: 4312.

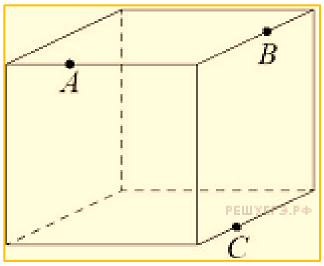
10. Стереометрія..



Піраміда Хеопса має форму правильної чотирикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 230м, а висота – 147м. Сторона основи точної музейної копії цієї піраміди дорівнює 115см. Знайдіть висоту музейної копії. Відповідь дайте у сантиметрах.

Розв'язок.

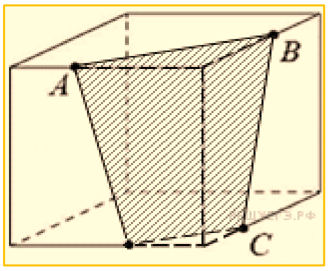
Нехай x - висота музейної копії. Знайдемо, як відносяться сторони:
115 : 230 = 1: 2.Також відносяться висоти: $x : 147 = 1 : 2 \Leftrightarrow x = 147 : 2 = 73{,}5$.
Відповідь: 73,5



Або

Площина, що проходить через три точки *A, B* і *C*, розбиває куб на два многогранника. Скільки граней у многогранника, у якого більше граней?

Розв'язок.



У перерізі виходить чотирикутник. У однієї відсіченої фігури 15 ребер і 7 граней, у другої - 9 ребер і 5 граней. Отже, у шуканої фігури 7 граней.
Відповідь: 7.

11. Вибір оптимального варіанту

Мандрівник з Москви хоче відвідати чотири міста Золотого кільця Росії: Володимир, Ярославль, Суздаль і Ростов Великий. Турагентство пропонує маршрути з відвідуванням деяких міст Золотого кільця. Відомості про вартість квитків та маршрутах представлені в таблиці.

Номер маршруту	Відвідувані міста	Вартість (Руб.)
1	Суздаль, Ярославль, Володимир	3900
2	Ростов, Володимир	2400
3	Ярославль, Володимир	2100
4	Суздаль	1650
5	Ростов, Суздаль	2700
6	Ярославль, Ростов	2350

Які маршрути повинен вибрати мандрівник, щоб побувати у всіх чотирьох містах і затратити менше 5000 рублів?

У відповіді вкажіть який-небудь один набір номерів маршрутів без пробілів, ком та інших додаткових символів.

Розв'язок.

Мандрівник повинен побувати в місті Ростов тому є 3 варіанти - взяти або другий, або п'ятий, або шостий номер маршруту. Якщо взяти другий номер маршруту, то грошей на всі міста вже не вистачить. Якщо взяти шостий номер маршруту, то грошей на всі міста також не вистачить. Якщо взяти п'ятий, то взявши найдешевший номер маршруту (3) ми побуваємо в усіх містах, витративши 4800 руб.

Відповідь: 35 або 53.

Або

Інтернет-провайдер (компанія, що надає послуги з підключення до мережі Інтернет) пропонує три тарифні плани.

Тарифний план	**Абонентська плата**	**Плата за трафік**
План «0»	Немає	2,5 руб. за 1 Мб
План «500»	550 руб. за 500 Мб трафіка в місяць	2 руб. за 1 Мб поверх 500 Мб
План «800»	700 руб. за 800 Мб трафіка в місяць	1,5 руб. за 1 Мб поверх 800 Мб

Користувач передбачає, що його трафік складе 600 Мб на місяць і, виходячи з цього, вибирає найбільш дешевий тарифний план. Скільки рублів заплатить користувач за місяць, якщо його трафік дійсно буде дорівнює 600 Мб?

Розв'язок.

Розглянемо всі варіанти.

За Планом «0» користувач витратить $2{,}5 \cdot 600 = 1500$ руб. в місяць за 600 Мб трафіку.

За планом «500» він витратить 550 руб. абонентної плати за 500 Мб і $2 \cdot 100 = 200$ руб. поверх того. Тому повна плата в місяць складе $550 + 200 = 750$ руб.

За планом «800» користувач витратить в місяць за 600 Мб трафіку 700 руб.

Найбільш вигідний варіант становить 700 руб.

Відповідь: 700.

<u>12. Найпростіші нерівності</u>

Кожній з чотирьох нерівностей в лівому стовпчику відповідає один з розв'язків в правій колонці. Установіть відповідність між нерівностями та їх розв'язками.

НЕРІВНОСТІ	**РОЗВ'ЯЗКИ**
А) $0{,}5^x \geq 2$	**1) $x \geq -1$**
Б) $0{,}5^x \leq 2$	**2) $x \geq 1$**
В) $2^x \leq 2$	**3) $x \leq -1$**
Г) $2^x \geq 2$	**4) $x \leq 1$**

Запишіть у відповідь цифри, розташувавши їх в порядку, відповідному буквам:

А	Б	В	Г

Розв'язок.

Знайдемо множину розв'язків кожної нерівності.

А) $0,5^x \geq 2 \Leftrightarrow -x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq -1.$

Б) $0,5^x \leq 2 \Leftrightarrow -x \leq 1 \Leftrightarrow x \geq -1.$

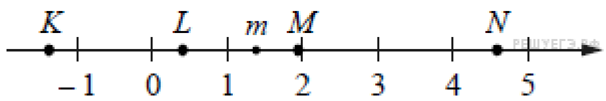
В) $2^x \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 1.$

Г) $2^x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1.$

Відповідь: 3142.

Або

На прямій відмічено число *m* і точки *K, L, M і N*.



ТОЧКИ

А) *K*
Б) *L*
В) *M*
Г) *N*

ЧИСЛА

1) 6 – m
2) m²
3) m – 1
4) $-\frac{2}{m}$

Запишіть у відповідь цифри, розташувавши їх в порядку, відповідному буквам:

А	Б	В	Г

Розв'язок.

Зауважимо, що $1 < m < 2$, значить, $4 < 6 - m < 5,\ 1 < m^2 < 4,\ 0 < m - 1 < 1,\ -2 < -\frac{2}{m} < -1.$

Відповідь: 4321.

Не забудьте перенести всі відповіді в бланк відповідей № 1

ЧАСТИНА 2

Відповіддю на завдання 13-16 повинно бути ціле число або скінченний десятковий дріб. Відповідь слід записати в бланк відповідей № 1 праворуч від номера завдання, що виконується, починаючи з першої клітинки. Кожну цифру, знак мінус та кому пишіть в окремій клітинці відповідно за наведеними в бланку зразками. Одиниці вимірювань писати не потрібно.

13. Обчислення і перетворення

Знайдіть значення виразу $\sqrt{12}\cos^2\frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$

Розв'язок.

$$\sqrt{12}\cos^2\frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3}\left(2\cos^2\frac{5\pi}{12} - 1\right) = \sqrt{3}\cos\frac{5\pi}{6} = \sqrt{3}\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= -\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5.$$

Відповідь −1,5.

Або

Знайдіть значення виразу $\frac{\log_2 80}{3+\log_2 10}$

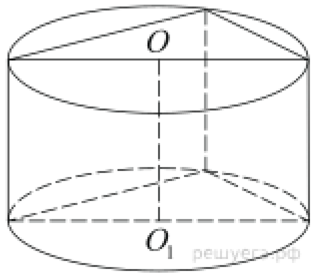
Розв'язок.

Виконаємо перетворення:

$$\frac{\log_2 80}{3+\log_2 10}=\frac{\log_2(8\cdot 10)}{3+\log_2 10}=\frac{\log_2 8+\log_2 10}{3+\log_2 10}=\frac{3+\log_2 10}{3+\log_2 10}=1.$$

Відповідь: 1.

<u>14. Стереометрія.</u>



В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник з катетами 6 і 8. Бічні ребра рівні $\frac{5}{\pi}$**. Знайдіть об'єм циліндра, описаного навколо цієї призми.**

Розв'язок.

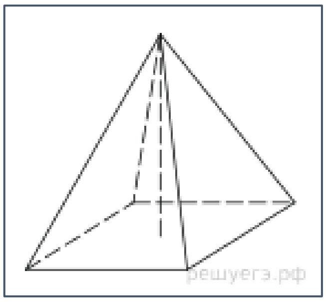
За теоремою Піфагора довжина гіпотенузи трикутника в основі $\sqrt{6^2+8^2}$=10. Оскільки гіпотенуза є діаметром основи описаного циліндра, то його об'єм

$$V=H\frac{\pi d^2}{4}=\frac{5}{\pi}\cdot\frac{100\pi}{4}=125.$$

Відповідь: 125.

Або

Знайдіть об'єм правильної чотирикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 4, а бічне ребро дорівнює $\sqrt{17}$**.**



Розв'язок.

За допомогою теореми Піфагора знайдемо висоту грані піраміди (h_1):

$$h_1=\sqrt{(\sqrt{17})^2-2^2}=\sqrt{17-4}=\sqrt{13}.$$

Також за допомогою теореми Піфагора знайдемо висоту піраміди (h_2):

$$h_2=\sqrt{(\sqrt{13})^2-2^2}=\sqrt{13-4}=\sqrt{9}=3.$$

Знайдемо площу основи піраміди:

$$S_{\text{осн.}}=4\cdot 4=16.$$

Знайдемо об'єм піраміди:

$$V=\frac{1}{3}S_{\text{осн.}}h_2\Leftrightarrow V=\frac{1}{3}\cdot 16\cdot 3=16.$$

Відповідь: 16.

<u>15. Найбільше і найменше значення функції.</u>

Знайдіть найменше значення функції $y = 4\,\mathrm{tg}x - 4x - \pi + 5$ **на відрізку** $\left[-\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{4}\right]$**.**

Розв'язок.

Знайдемо похідну заданої функції:

$$y' = \frac{4}{\cos^2 x} - 4 = 4\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) = 4\operatorname{tg}^2 x.$$

Знайдена похідна невід'ємна на заданому відрізку, задана функція зростає на ньому, тому найменшим значенням функції на відрізку є

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 4\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4\cdot\frac{\pi}{4} - \pi + 5 = 1.$$

Відповідь: 1.

Або

Знайдіть точку мінімуму функції $y = 3x - \ln(x+3)^3$.

Розв'язок.

Зауважимо, що $y = 3x - 3\ln(x+3)$.

Область визначення функції – відкритий промінь $(-3;+\infty)$.

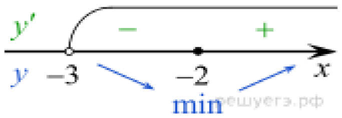
Знайдемо похідну заданої функції: $y'(x) = 3 - \dfrac{3}{x+3}$.

Знайдемо нулі похідної:

$$3 - \frac{3}{x+3} = 0 \Leftrightarrow x = -2.$$

Знайдена точка лежить на промені $(-3;+\infty)$.

Визначимо знаки похідної функції і зобразимо на рисунку поведінку функції:



Шукана точка мінімуму $x = -2$.

Відповідь: −2.

16. Текстові задачі.

Перша труба пропускає на 2 літри води за хвилину менше, ніж друга. Скільки літрів води за хвилину пропускає друга труба, якщо резервуар об'ємом 130 літрів вона заповнює на 4 хвилини швидше, ніж перша труба заповнює резервуар об'ємом 136 літрів?

Розв'язок.

Нехай друга труба пропускає *x* літрів води за хвилину, *x* > *2*, тоді перша труба пропускає *(x - 2)* літра в хвилину

Складемо таблицю за даними задачі:

	Продуктивність(л/ хв.)	**Час (хв.)**	**Об'єм робіт (л)**
Перша труба	$x-2$ $\frac{136}{x-2} - \frac{130}{x} = 4$	$\frac{136}{x-2}$	136
Друга труба	x	$\frac{130}{x}$	130

Так як друга труба заповнила резервуар на 4 хвилини швидше, отримуємо рівняння:

Рзв'яжемо рівняння:

$$\frac{136x - 130x + 260 - 4x^2 + 8x}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 7x - 130}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{(2x+13)(x-10)}{x(x-2)} = 0,$$

$$x = 10 \text{ або } x = -\ 6{,}5$$

Відкидаючи сторонній розв'язок – 6,5, отримуємо, що друга труба пропускає 10 літрів за хвилину.

Відповідь: 10.

Або

Турист йде з одного міста в інше, кожен день, проходячи більше, ніж в попередній день, на одну і ту ж відстань. Відомо, що за перший день турист пройшов 10 кілометрів. Визначте, скільки кілометрів пройшов турист за третій день, якщо весь шлях він пройшов за 6 днів, а відстань між містами становить 120 кілометрів.

Розв'язок.

У перший день турист пройшов $a_1 = 10$ км, у другій – a_2, ..., в останній – a_6 км. Всього він пройшов $Sn = 120$ км. Якщо кожен день турист проходив більше, ніж в попередній день, на d км,

$$S_n = \frac{2a_1 + d\cdot(n-1)}{2}n,$$

Де $n = 6$ днів, $a_1 = 10$ км. Таким чином,

$$\frac{2\cdot 10 + 5d}{2}\cdot 6 = 120 \Leftrightarrow 5d = 20 \Leftrightarrow d = 4.$$

Тоді за третій день турист пройшов

$$a_3 = a_1 + 2d = 10 + 2\cdot 4 = 18\,\text{км}.$$

Відповідь: 18.

Не забудьте перенести всі відповіді в бланк відповідей № 1

Для запису розв'язків і відповідей на завдання 17-21 використовуйте БЛАНК ВІДПОВІДЕЙ №2. Запишіть спочатку номер завдання, що виконується, (17,18 і т.д.), а потім повний обґрунтований розв'язок і відповідь. Відповіді записуйте чітко і розбірливо.

17. Рівняння, системи рівнянь

а) Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x^3 + 4x^2 + 9} - 3 = x$

б) Знайдіть всі корені цього рівняння, що належать відрізку $\left[-\frac{9}{2}; \frac{7}{5}\right]$.

Розв'язок.

а) Запишемо рівняння у вигляді $\sqrt{x^3 + 4x^2 + 9} = x + 3$

і скористаємося тим, що

$$\sqrt{x} = y \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0, \\ x = y^2. \end{cases}$$

Отримаємо:

$$\sqrt{x^3 + 4x^2 + 9} = x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 4x^2 + 9 = x^2 + 6x + 9, \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x^2 + 3x - 6) = 0, \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}, \end{array}\right. \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = \dfrac{-3 + \sqrt{33}}{2} \end{array}\right.$$

б) Число 0 належить відрізку $\left[-\frac{9}{2}; \frac{7}{5}\right]$.

Щоб порівняти $\frac{-3+\sqrt{33}}{2}$ І $\frac{7}{5}$ порівняємо різницю цих чисел з нулем:

$$\frac{-3+\sqrt{33}}{2}-\frac{7}{5}=\frac{-15+5\sqrt{33}-14}{10}=\frac{-29+5\sqrt{33}}{10}=\frac{-\sqrt{841}+\sqrt{825}}{10}<0.$$

Значить, $\frac{-3+\sqrt{33}}{2}<\frac{7}{5}$.

Відповідь: а) $0, \frac{-3+\sqrt{33}}{2}$. б) $0, \frac{-3+\sqrt{33}}{2}$;

Або

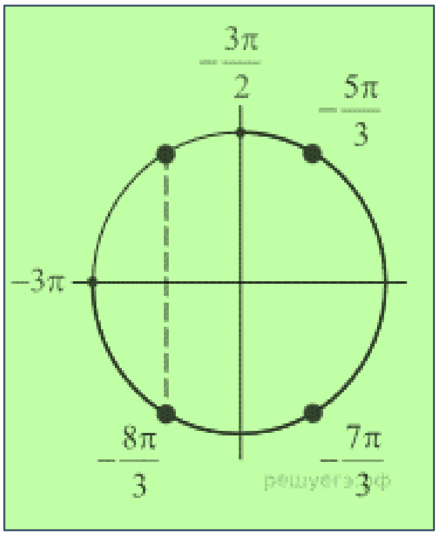
а) Розв'яжіть рівняння $4^{cosx}+4^{-cosx}=\frac{5}{2}$

б) Знайдіть всі корені цього рівняння, що належать відрізку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Розв'язок.

а) Розв'яжемо рівняння, виконавши заміну: $4^{cosx}=t$

$$t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2, \\ t=\frac{1}{2}. \end{array}\right.$$



Вернемося до заміни: $t=4^{cosx}$, отримаємо:

$$\left[\begin{array}{l} 4^{cosx}=2, \\ 4^{cosx}=\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} cosx=\frac{1}{2}, \\ cosx=-\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

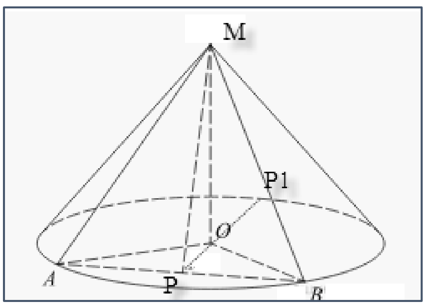
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+2\pi k, \\ x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k, \\ x=\frac{2\pi}{3}+2\pi k, \\ x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi k, k\in Z \end{array}\right.$$

б) За допомогою числового кола відберемо корені, що належать відрізку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$. Отримаємо числа: $-\frac{8\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$.

Відповідь: а) $\left\{-\frac{\pi}{3}+\pi k; \frac{\pi}{3}+\pi k, k\in Z\right\}$; б) $-\frac{8\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$

<u>18. Кути і відстані в просторі</u>

Радіус основи конуса дорівнює 6, а висота конуса дорівнює 8. У конусі проведено переріз площиною, що проходить через вершину конуса і хорду основи, довжина якої дорівнює 4. Знайдіть кут між площиною основи і площиною перерізу.



Розв'язок.

Розглянемо трикутник AOB, у якого сторони $AO = OB = r$, де r - радіус кола. За умовою точка P - середина відрізка AB, отже, $OP \perp AB$. Розглянемо трикутник AMB, зі сторонами $AM = MB$, рівними довжині твірної конуса. З умови того, що *P* - середина відрізка *AB* випливає *MP* $\perp$ *AB*. Таким чином, маємо, що *OP* $\perp$ *AB* і *MP* $\perp$ *AB*, і, отже кут $\angle MPO$ є лінійним кутом двогранного кута між площиною основи і площиною перерізу *MAB*. Знайдемо цей кут. Розглянемо прямокутний трикутник *MOP* (так як *MO* - висота конуса). Тоді тангенс кута $\angle MPO$ дорівнює tg $\angle MPO = \frac{MO}{PO}$.

Висота *MO* = 8 дана за умовою задачі. Знайдемо довжину відрізка *PO*. Розглянемо прямокутний трикутник *APO*, в якому *AO = 6*, а *AP = AB:2 = 4:2 = 2*

Тоді за теоремою Піфагора, довжина *PO* буде дорівнювати $PO = \sqrt{AO^2 - AP^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{36-16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

і $tg\,\angle MPO = \frac{8}{4\sqrt{2}} = \sqrt{2}$,

відповідно, $\angle MPO = arctg\sqrt{2}$.

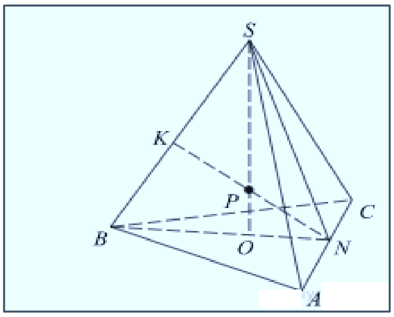
Відповідь: $arctg\sqrt{2}$.

Або

У правильній трикутній піраміді *SABC* з вершиною *S*, всі ребра якої рівні 4, точка *N* - середина ребра *AC*, точка *O* - центр основи піраміди, точка *P* ділить відрізок *SO* у відношенні 3:1, рахуючи від вершини піраміди.

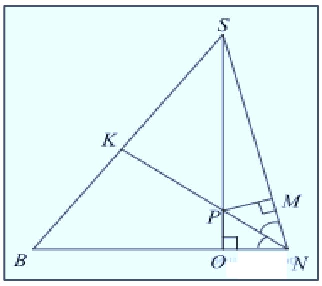
а) Доведіть, що пряма *NP* перпендикулярна прямий *BS*.

б) Знайдіть відстань від точки *B* до прямої *NP*.



Розв'язок.

а) Точка О належить відрізку *BN*, значить, точка *P*, що лежить на відрізку *SO*, знаходиться в площині *SBN*. Значить, пряма *NP* також лежить в площині *SBN* і перетинає пряму *SB* в точці *K*



Трикутник *SNB* рівнобедрений, оскільки відрізки *SN* і *BN* – медіани однакових рівносторонніх трикутників *SAC* і *BAC*. Тому *SN* = *BN*. У точці *O* перетинаються медіани основи, значить, $ON = \frac{1}{3}BN = \frac{1}{3}SN$. Опустимо перпендикуляр з точки *P* на сторону *SN*. Нехай він перетинає *SN* в точці *M*. Трикутники *SPM* і *SNO* подібні, тому $\frac{SP}{PM} = \frac{SN}{ON} = 3$. Значить, $PM = \frac{1}{3}SP$=*PO*. Отже, трикутники *NPO* і *NPM* рівні і *PN* - бісектриса кута *SNB*. У рівнобедреному трикутнику бісектриса є медіаною і висотою. Значить, *NK* $\perp$ *BS*.

б) Так як *BS* $\perp$ *NK*, то шукана відстань дорівнює довжині відрізка *BK*. Так як *NK* є медіаною трикутника *SNB*, то

$$BK = \frac{1}{2}BS = 2.$$

Відповідь: 2

<u>19. Нерівності, системи нерівностей.</u>

Розв'яжіть систему нерівностей

$$\begin{cases} 9^x - 28 \le 3^{x+3}, \\ \log_{x+7}\left(\dfrac{3-x}{x+1}\right)^2 \le 1 - \log_{x+7}\dfrac{x+1}{x-3}. \end{cases}$$

Розв'язок.

1. Розв'яжемо першу нерівність системи. Зробимо заміну $y=3^x$:

$$y^2-28\le 27y \Leftrightarrow y^2-27y-28\le 0 \Leftrightarrow (y-28)(y+1)\le 0 \Leftrightarrow -1\le y\le 28.$$

Тоді $-1\le 3^x\le 28,$ звідки знаходимо розв'язок першої нерівності системи: $x\le \log_3 28.$

2. Розв'яжемо другу нерівність системи:

$$2\log_{x+7}\frac{x-3}{x+1}\le 1+\log_{x+7}\frac{x-3}{x+1} \Leftrightarrow \log_{x+7}\frac{x-3}{x+1}\le 1.$$

Розглянемо два випадки.

Перший випадок: $x+7>1.$

$$\log_{x+7}\frac{x-3}{x+1}\le 1 \Leftrightarrow 0<\frac{x-3}{x+1}\le x+7 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}\dfrac{x^2+7x+10}{x+1}\ge 0,\\ \dfrac{x-3}{x+1}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{(x+2)(x+5)}{x+1}\ge 0,\\ \dfrac{x-3}{x+1}>0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-5\le x\le -2,\\ x>3.\end{array}\right.$$

Всі отримані значення змінної задовольняють умові $x+7>1.$

Другий випадок: $0<x+7<1.$

$$\log_{x+7}\frac{x-3}{x+1}\le 1 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x+1}\ge x+7 \Leftrightarrow \frac{x^2+7x+10}{x+1}\le 0 \Leftrightarrow \frac{(x+2)(x+5)}{x+1}\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\le -5,\\ -2\le x<-1.\end{array}\right.$$

Враховуючи умову $0<x+7<1,$ отримуємо: $-7<x<-6.$ Множина розв'язків другої нерівності початкової системи: $(-7;\ -6)\cup[-5;\ -2]\cup(3;\ +\infty).$

3. Враховуючи, що $3<\log_3 28,$ отримуємо розв'язок початкової системи нерівностей: $(-7;\ -6)\cup[-5;\ -2]\cup(3;\ \log_3 28].$

Відповідь: $(-7;\ -6)\cup[-5;\ -2]\cup(3;\ \log_3 28].$

Або

Розв'яжіть систему нерівностей

$$\begin{cases}x+\dfrac{4x^2+5x}{x^2-x-6}\le \dfrac{9}{5x-15}+\dfrac{5x+1}{5x+10},\\ 5^{x-1}+5\cdot(0,2)^{x-2}\le 26.\end{cases}$$

Розв'язок.

Розв'яжемо другу нерівність системи:

$$5^{x-1}+5\cdot(0,2)^{x-2}\le 26 \Leftrightarrow \frac{5^x}{5}+\frac{5\cdot 25}{5^x}-26\le 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x}-130\cdot 5^x+625\le 0 \Leftrightarrow 5\le 5^x\le 125 \Leftrightarrow 1\le x\le 3.$$

Розглянемо першу нерівність системи на множині [1; 3]. Перетворимо її праву частину:

$$\frac{9}{5(x-3)}+\frac{5x+1}{5(x+2)}=\frac{9x+18+5x^2-15x+x-3}{5(x+2)\cdot(x-3)}=\frac{5x^2-5x+15}{5(x+2)\cdot(x-3)}=\frac{x^2-x+3}{(x+2)\cdot(x-3)}.$$

Отримуємо:

$$x+\frac{4x^2+5x}{(x+2)\cdot(x-3)}-\frac{x^2-x+3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow x+\frac{4x^2+5x-x^2+x-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{3x^2+6x-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{x^3-x^2-6x+3x^2+6x-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{x^3+2x^2-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^3-x^2+3x^2-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x-1)+3(x-1)\cdot(x+1)}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)\cdot(x^2+3x+3)}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0.$$

Квадратний тричлен $x^2+3x+3>0$ при всіх $x\in\mathbb{R}$, оскільки $D=9-12<0$. Крім того, на [1; 3] $x+2>0$. Отже:

$$\frac{(x-1)\cdot(x^2+3x+3)}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3}\le 0 \Leftrightarrow 1\le x<3.$$

Відповідь: $[1;\ 3)$.

<u>20. Планіметричні задачі</u>

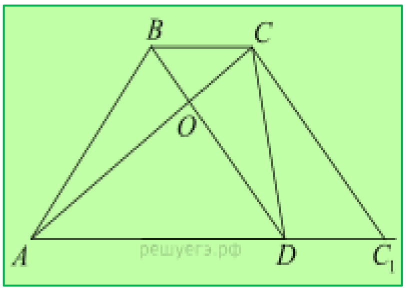
Дана трапеція з діагоналями рівними 8 і 15. Сума основ дорівнює 17.

а) Доведіть, що діагоналі перпендикулярні.

б) Знайдіть площу трапеції.

Розв'язок.

а) Проведемо через точку *C* пряму паралельну *BD.* На перетині цієї прямої і прямої *AD* позначимо точку C_1, BCC_1D - паралелограм.



У трикутнику ACC_1: $AC = 15$, $CC_1 = BD = 8$, $AC_1 = AD + DC_1 = 17$. Зауважимо, що $AC^2 + CC_1^2 = AC_1^2$ оскільки $289 = 225 + 64$, тоді за теоремою, оберненою до теореми Піфагора, трикутник ACC_1 - прямокутний, кут ACC_1 прямий. Тоді кут *COD* прямий, що й треба було довести.

б) $$S_{ABCD}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BD=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 15=60.$$

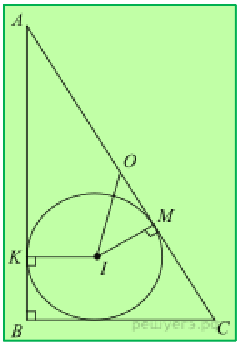
Відповідь: б) 60.

Або

У трикутник *ABC* вписано коло радіуса *R,* що дотикається до сторони *AC* в точці *M*, причому *AM = 5R* і *CM = 1,5R.*

а) Доведіть, що трикутник *ABC* прямокутний.

б) Знайдіть відстань між центрами його вписаного і описаного кіл, якщо відомо, що *R* = 4.



Розв'язок.

а) Нехай вписане коло дотикається до сторони *AB* в точці *K*. Позначимо *BK* = *x*. Нехай *S* – площа трикутника, *p* – півпериметр. Тоді $p=5R+1,5R+x=6,5R+x$, $S=pR=R(6,5R+x)$.

З іншого боку, за формулою Герона

$$S=\sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}=\sqrt{(6,5R+x)\cdot 5R\cdot 1,5R\cdot x}=R\sqrt{7,5x(6,5R+x)}.$$

З рівняння $$R(6,5R+x)=R\sqrt{7,5x(6,5R+x)}$$

отримуємо, що *R = x.* Сторони трикутника *ABC* рівні *6,5R, 6R* і *2,5R,* отже, цей трикутник прямокутний з прямим кутом при вершині *B*.

б) Нехай I і O - центри відповідно вписаного і описаного кіл трикутника ABC. Точка O - середина гіпотенузи $AC = 6{,}5R = 26$, и $OM = CO - CM = 13 - 1{,}5R = 7$. Тоді $IO = \sqrt{OM^2 + MI^2} = \sqrt{7^2 + R^2} = \sqrt{65}$.

Відповідь: б) $\sqrt{65}$

<u>21. Рівняння, нерівності та їх системи з параметрами</u>

Знайдіть всі значення параметра а, при кожному з яких рівняння $a^2 + 7|x+1| + 5\sqrt{x^2+2x+5} = 2a + 3|x - 4a + 1|$ має хоча б один корінь

Розв'язок.

Нехай $t = x + 1$, тоді рівняння прийме вигляд:

$$a^2 + 7|t| + 5\sqrt{t^2+4} = 2a + 3|t - 4a|.$$

Нехай $f(t) = a^2 - 2a + 5\sqrt{t^2+4}$, $g(t) = 3|t-4a| - 7|t|$

При $t \geq 0$ функція $g(t)$ спадає від $12|a|$ до $-\infty$. І при $t < 0$ функція $g(t)$ зростає від $-\infty$ до $12|a|$ (Не включаючи), тобто найбільше значення правої частини рівняння досягається при $t = 0$ і дорівнює $12|a|$.

Функція $f(t)$ приймає найменше значення при $t = 0$: $f(t) = a^2 - 2a + 10$. Щоб рівняння мало розв'язок, найбільше значення правої частини повинно бути не менше найменшого значення лівої частини: $12|a| \geq a^2 - 2a + 10 \Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \geq 0, \\ a^2 - 14a + 10 \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a < 0, \\ a^2 + 10a + 10 \leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \geq 0, \\ 7 - \sqrt{39} \leq a \leq 7 + \sqrt{39} \end{cases} \\ \begin{cases} a < 0, \\ -5 - \sqrt{15} \leq a \leq -5 + \sqrt{15} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7 - \sqrt{39} \leq a \leq 7 + \sqrt{39}, \\ -5 - \sqrt{15} \leq a \leq -5 + \sqrt{15} \end{array}\right.$$

Відповідь: $[-5 - \sqrt{15};\ -5 + \sqrt{15}] \cup [7 - \sqrt{39};\ 7 + \sqrt{39}]$

Або

Знайдіть всі значення параметра *а*, при кожному з яких система рівнянь

$$\begin{cases} \boldsymbol{x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|}, \\ \boldsymbol{x - y = a} \end{cases}$$

має більше одного розв'язку.

Розв'язок.

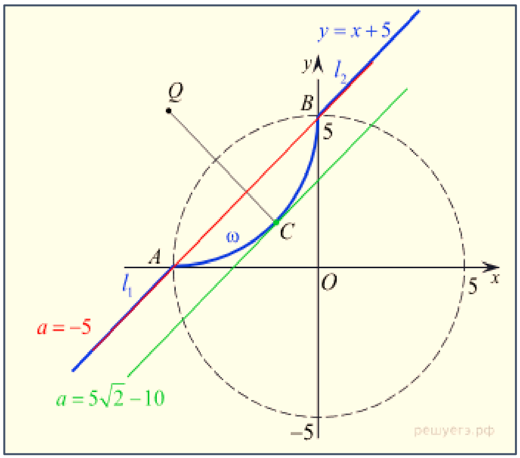
1) Зобразимо на координатній площині множину точок, координати яких задовольняють першому рівнянню системи.

Розглянемо два випадки:

Якщо $x^2 + y^2 \geq 25$, то отримуємо рівняння

$x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = x^2 + y^2 - 25 \Leftrightarrow y = x + 5.$

Отримане рівняння задає пряму з коефіцієнтом нахилу $k = 1$,що проходить через точки *B (0; 5)* і *A (–5; 0)*.



2) Якщо $x^2 + y^2 < 25$, маємо $x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = -x^2 - y^2 + 25 \Leftrightarrow (x+5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$

Отримані пряма і коло перетинаються в двох точках *B (0; 5)* і *A (–5; 0)*, що лежать на колі $x^2 + y^2 = 25$, тому в першому випадку отримуємо два променя l_1 і l_2 з кінцями в точках A і B відповідно, у другому - дугу ω з кінцями в тих же точках (див. рисунок). Зауважимо, що точка

$C\left(-5+\frac{5\sqrt{2}}{2};\ 5-\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ лежить на дузі ω і відрізок QC перпендикулярний прямій, отриманій в першому випадку.

Розглянемо друге рівняння системи. Воно задає пряму m, паралельну променям l_1 і l_2 або містить їх.

При a = -5 пряма m містить промені l_1 і l_2, тобто вихідна система має нескінченне число розв'язків.

При $a = 5\sqrt{2} - 10$ пряма m проходить через точку C, значить, пряма m дотикається дуги ω і не має спільних точок з променями l_1 і l_2, тобто вихідна система має один розв'язок.

При $-5 < a < 5\sqrt{2} - 10$ пряма m перетинає дугу ω в двох точках і не має спільних точок з променями l_1 и l_2, тобто вихідна система має два розв'язки

При $a < -5$ або $a > 5\sqrt{2} - 10$ пряма m не має спільних точок з променями l_1 и l_2 и дугою ω, тобто вихідна система не має розв'язків.

Значить, вихідна система має більше одного розв'язку при

$-5 \leq a < 5\sqrt{2} - 10.$

Відповідь: $[-5;\ 5\sqrt{2} - 10)$.